LOGARITMI - esercizi applicando la definizione

ricordo la DEFINIZIONE

Si chiama log in base a di b l'esponente x da dare alla base a (a>0) per ottenere b

$$\log_a b = x \quad esponente \quad x \quad tale \quad che: \; a^x = b$$

Condizione di Esistenza b>0

Calcola il risultato x dei seguenti logaritmi applicando la definizione

1) $\log_4 32 = x$

cerco l'esponente x tale che $4^x = 32$ Riscrivo come potenze di 2 : $(2^2)^x = 2^5$

$2^{2x} = 2^5$ quindi confronto gli esponenti 2x = 5 da cui **x=5/2**

2) $\log_9 \frac{1}{27} = x$

cerco l'esponente x tale che $9^x = \frac{1}{27}$ da cui: $(3^2)^x = 3^{-3}$ → 2x = -3 da cui **x =-3/2**

3) $\log_{\frac{4}{9}} \frac{81}{16} = x$

cerco l'esponente x tale che $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{81}{16}$. Riscriviamo: $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$

Poiché i ha: $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ quindi 2x = -4 da cui **x =-2**

4) $\log_{\frac{1}{9}} 243 = x$

cerco l'esponente x tale che $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 3^5$, quindi $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^x = 3^5$ trasformo in base 3

Poiché $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 3^{-2x}$ si ha : $3^{-2x} = 3^5$ quindi -2x = 5 da cui x =-5/2

5) $\log_2 4\sqrt{2} = x$

cerco l'esponente x tale che $2^x = 4\sqrt{2}$ → $2^x = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$ → $2^x = 2^{\frac{5}{2}}$ da cui x =5/2

6) $\log_3 3\sqrt{27} = x$

ottengo $3^x = 3\sqrt{27}$ → $3^x = 3 \cdot \left(3^3\right)^{+\frac{1}{2}}$ → $3^x = 3^{1+\frac{3}{2}}$ →…… **x =5/2**

Determina l'argomento del logaritmo, dato il valore del logaritmo e della base.

9) $\log_{0.4} x = \frac{1}{2}$ Dalla definizione di logaritmo si ottiene: $x = 0.4^{\frac{1}{2}} = (\frac{4}{10})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4}{10}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

10) $\log_{0.09} x = -\frac{1}{2}$ Si ottiene: $x = 0.09^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{9}{100}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{100}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3}$

11) $\log_{\frac{3}{4}} x = -3$ Si ottiene: $x = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^{3} = \frac{64}{27}$

12) $\log_{\sqrt{2}} x = 4$ Si ottiene: $x = \left(\sqrt{2}\right)^{+4} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 = 4$

13) $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{2}{3}$ Si ottiene: $x = \left(\sqrt{2}\right)^{+\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

14) $\log_{\sqrt{3}} x = -\frac{1}{2}$ Si ottiene: $x = \left(\sqrt{3}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}} = 3^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

Determina la base x dei seguenti logaritmi, dato il valore del logaritmo e l'argomento

15) $\log_x 16 = 2$ risolvo : $x^2 = 16$ *quale base elevata a 2 = 16 ?* x=4

oppure: da $x^2 = 16$ per trovare x elevo a sin e ds per 1/2 (inverso di 2)
$x = 16^{1/2}$ (con calcolatrice) quindi x = 4

16) $\log_x 128 = 7$ risolvo : $x^7 = 128$ *quale base elevata a 7 = 128 ?* x=2

oppure: da $x^7 = 128$ per trovare x elevo a sin e ds per 1/7 (inverso di 7)
$x = 128^{1/7}$ (con calcolatrice) quindi x = 2

17) $\log_x \frac{16}{9} = 2$ $\rightarrow$ $x^2 = \frac{16}{9}$ *quale base elevata a 2 = 16/9 ?* x=4/3

oppure : da $x^2 = \frac{16}{9}$ per trovare x elevo a sin e ds per -1/2 (inverso di -2)
$x = \left(\frac{16}{9}\right)^{1/2}$ $x = \frac{4}{3}$

18) $\log_x 243 = 5$ $\rightarrow$ $x^5 = 243$ *quale base elevata a 5 = 243 ?* x=3

oppure da: $x^5 = 243 \rightarrow x = 243^{1/5}$ $x = 3$