

APPROFONDIMENTO: EQUAZIONI esponenziali POLINOMIE RISOLUBILI con SOSTITUZIONE

11) $5^x + 3 \cdot 5^x = 2 \cdot 5^x + 10$

[R: 2]

SOSTITUISCO (*) $5^x = t$

$$t + 3 \cdot t = 2 \cdot t + 10 \rightarrow \text{trasporto, sommo} \rightarrow 2t = 10 \rightarrow t = 5$$

ri-sostituisco in (*) $5^x = 5 \rightarrow 5^x = 5^1 \rightarrow x = 1$

12) $2 \cdot 3^x - 4 \cdot 3^x = 3^x - 81$

[R: 3]

SOSTITUISCO (*) $3^x = t$

$$2t - 4 \cdot t = t - 81 \rightarrow \text{trasporto, sommo} \rightarrow -3t = -81 \rightarrow t = 27$$

ri-sostituisco in (*) $3^x = 27 \rightarrow 3^x = 3^3 \rightarrow x = 3$

13) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

[R: 0; 1]

poiché nell'esercizio vedo solo 9^x e 3^x , sostituisco (*) $3^x = t$ ottenendo una equazione di II grado

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \rightarrow \text{risolvo} \quad t = \frac{+4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{+4 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \quad \text{ri-sostituisco in (*)}$$

$$3^x = 1 \rightarrow 3^x = 3^0 \rightarrow x = 0 \quad ; \quad 3^x = 3 \rightarrow 3^x = 3^1 \rightarrow x = 1$$

14) $25^x - 5^x - 20 = 0$

[R: 1]

sostituisco (*) $5^x = t$ ottenendo una equazione di II grado

$$t^2 - t - 20 = 0 \rightarrow \text{risolvo} \quad t = \frac{+1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{+1 \pm 9}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -4 \end{cases} \quad \text{ri-sostituisco in (*)}$$

$$5^x = 5 \rightarrow 5^x = 5^1 \rightarrow x = 1 \quad ; \quad 5^x = -4 \rightarrow \text{impossibile}$$

APPROFONDIMENTO: EQUAZIONI esponenziali POLINOMIE RISOLUBILI con SCOMPOSIZIONI

15) $2^{x+1} + 2^{x+2} = 10$ [R: 3]

scompongo (dissocio) le prime due potenze applicando al contrario le proprietà:

$$2^x \cdot 2^1 + 2^x \cdot 2^2 = 10 \rightarrow \text{raccolgo } 2^x \rightarrow 2^x(2^1 + 2^2) = 10$$

$$\rightarrow 2^x(3) = 10 \rightarrow 2^x = \frac{10}{3} \rightarrow \boxed{2^x = 2^3} \rightarrow x = 3$$

16) $2^{x+3} + 2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x = 30$ [R: 1]

scompongo (dissocio) le prime due potenze applicando al contrario le proprietà:

$$2^x 2^3 + 2^x 2^2 + 2^x 2^1 + 2^x = 30 \rightarrow 2^x 8 + 2^x 4 + 2^x 2 + 2^x = 30$$

$$\text{raccolgo } 2^x: 2^x(8 + 4 + 2 + 1) = 30$$

calcolo la somma: $2^x \cdot 15 = 30$ $2^x = \frac{30}{15}$ $2^x = 2 \rightarrow x = 1$

17) $(2^x \sqrt{2} - 4) \cdot (2^{x+1} - 1) \cdot (2^x + 2) = 0$ [R: 3/2 ; -1]

Abbiamo un prodotto: esso è nullo se i singoli "fattori" sono nulli. Quindi ho tre casi

$$\begin{array}{llll} 2^x \sqrt{2} - 4 = 0 & 2^x \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 4 & 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^2 & x + \frac{1}{2} = 2 \longrightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2^{x+1} - 1 = 0 & \rightarrow 2^{x+1} = 1 & \rightarrow 2^{x+1} = 2^0 & \rightarrow x + 1 = 0 \longrightarrow x = -1 \\ 2^x + 2 = 0 & 2^x = -2 & 2^x = -2 & \text{impossibile} \end{array}$$

18) $\frac{5^{2x} - 625}{5^x - 1} = 0$ [R: 2]

OSSERVO CHE UNA FRAZIONE E' UGUALE A ZERO QUANDO LO E' IL NUMERATORE
ottengo:

$$5^{2x} - 625 = 0 \longrightarrow 5^{2x} = 5^4 \longrightarrow x = 4 / 2 \rightarrow x = 2$$

NB : condizione di esistenza : x diverso da 0 [il denominatore di una frazione non può essere zero]