DISEQUAZIONI SCOMPOSTE DI GRADO SUPERIORE A DUE

$$f(x)*g(x) > 0$$

$$f(x)*g(x) < 0$$

Una disequazione di grado superiore a due
deve sempre essere scomposta
nel prodotto di fattori di I e II grado .

DISEQUAZIONI SCOMPOSTE: *come risolverle*

- scompongo in prodotto di due o più fattori di I o II grado

$$f(X)*g(X)<0 \quad \textit{oppure} \quad f(X)*g(X)>0$$

- PONGO <u>sempre</u> I FATTORI **N_1>0 N_2>0** *e risolvo*
- costruisco il grafo dei segni
  (metto **+** dove c'è soluzione e **-** nell'altro intervallo)
- moltiplico i segni verticalmente in ciascun intervallo

				a		b	
N1>0	f(x)>0	x>a	-		+		+
N2>0	g(x)>0	x>b	-		-		+
segno del prodotto f(x)*g(x)			$\boxed{+}$		-		$\boxed{+}$

Ora guardo il verso richiesto nella forma normale:

SE è >0: soluzione= intervalli con segno + **cioè: x<a v x>b**

SE è <0: soluzione = intervalli con segno - **cioè: a<x<b**

Esempio 1

$$x^4 - 3x^3 + 2x^2 < 0$$

Prima devo scomporre: ***raccoglimento totale***

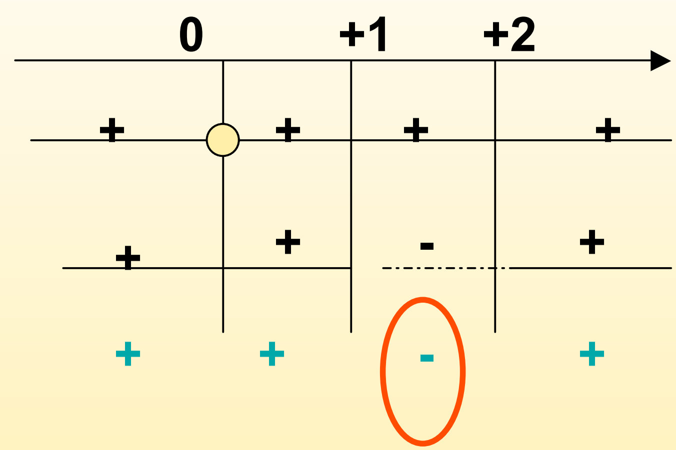
$$\underbrace{x^2}_{N_1} \cdot \underbrace{(x^2 - 3x + 2)}_{N_2} < 0$$

Pongo i fattori N_1 N_2 sempre>0

$N_1>0$ $\quad x^2 > 0 \rightarrow \forall x \in R - \{0\}$

$N_2>0$ $\quad x^2 - 3x + 2 > 0 \qquad x < 1 \vee x > 2$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$$



Guardo il verso (<) e scelgo gli intervalli con il "meno"

$$\boxed{+1 < x < +2}$$

Esempio 2

$$x^3-4x^2-x+4>0$$

Prima devo scomporre :
raccoglimento parziale

$$x^2(x-4)-1\cdot(x-4)>0$$

$$\underbrace{(x-4)}_{N_1}\cdot\underbrace{(x^2-1)}_{N_2}>0$$

PONGO sempre $N_1>0$, $N_2>0$

$N_1>0$ $\quad x-4>0 \qquad \boxed{x>4}$

$N_2>0$ $\quad x^2-1>0$

$$x^2-1=0\rightarrow x^2=1\rightarrow x=\pm1 \qquad \boxed{x<-1\vee x>+1}$$

	-1		+1		+4	
-		-		-		+
+		-		+		+
-		+		-		+

Guardo il verso (>) e scelgo gli intervalli con +

$$\boxed{-1<x<+1\vee x>+4}$$

Esempio 3

$$2x^3 + 11x^2 + 5x < 0$$

scompongo: raccoglimento totale

$$x \cdot (2x^2 + 11x + 5) < 0$$

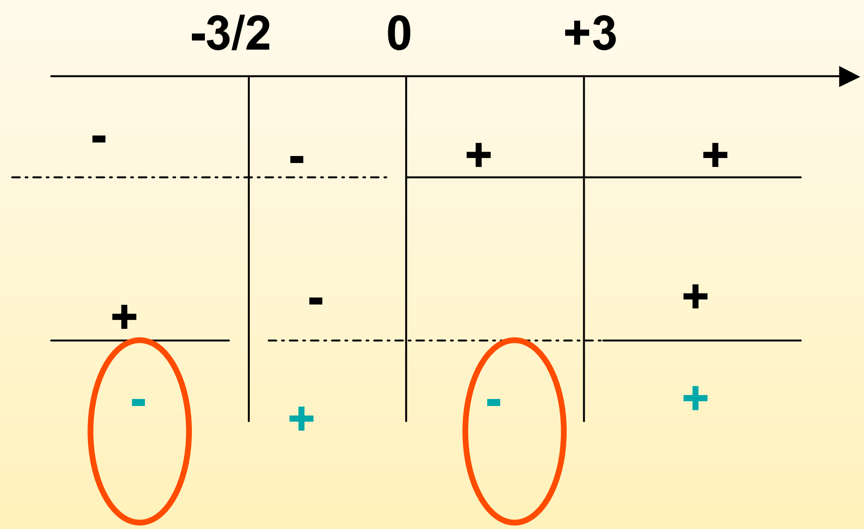
Pongo sempre N_1>0 N_2 >0

N_1>0 $\quad x > 0$

N_2>0 $\quad 2x^2 + 11x + 5 > 0$

$$2x^2 + 11x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{121-40}}{4} = \frac{3 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = -\frac{3}{2}; x_2 = 3 \rightarrow x < -\frac{3}{2} 1 \vee x > 3$$



Guardo il verso (<) e scelgo gli intervalli con il -

$$\boxed{x < -\frac{3}{2} \vee 0 < x < +3}$$

Esempio 4

$$x^4 - 25 \geq 0$$

Scompongo: differenza di due quadrati

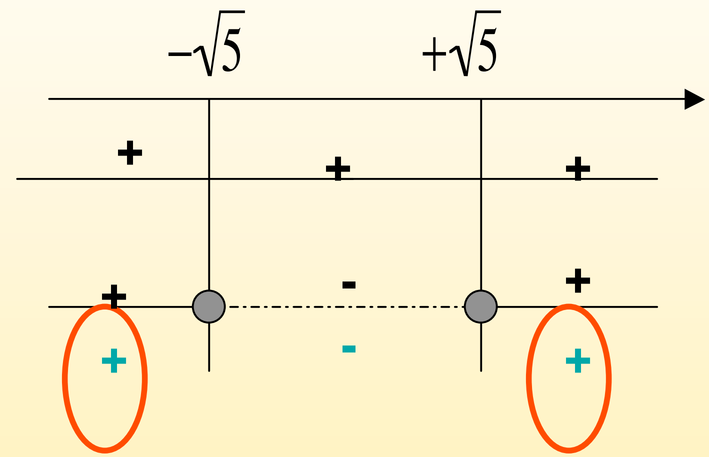
$$(x^2 + 5) \cdot (x^2 - 5) \geq 0$$

N_1 N_2

Pongo i fattori N_1 N_2 sempre ≥0

$N_1 \geq 0$ $x^2 + 5 \geq 0 \quad x = \pm\sqrt{-5} \rightarrow \Delta < 0 \quad \forall x \in R$

$N_2 \geq 0$ $x^2 - 5 \geq 0 \quad x = \pm\sqrt{5} \rightarrow x \leq -\sqrt{5} \vee x \geq +\sqrt{5}$



Costruisco il " grafo dei segni"

Guardo il verso (≥) e scelgo gli intervalli con il "più"

$$\boxed{x \leq -\sqrt{5} \vee x \geq +\sqrt{5}}$$

Esempio 5

$$x^4 + x^2 - 12 \leq 0$$

Scompongo con la "Regola dei due numeri" applicata al trinomio di grado 4

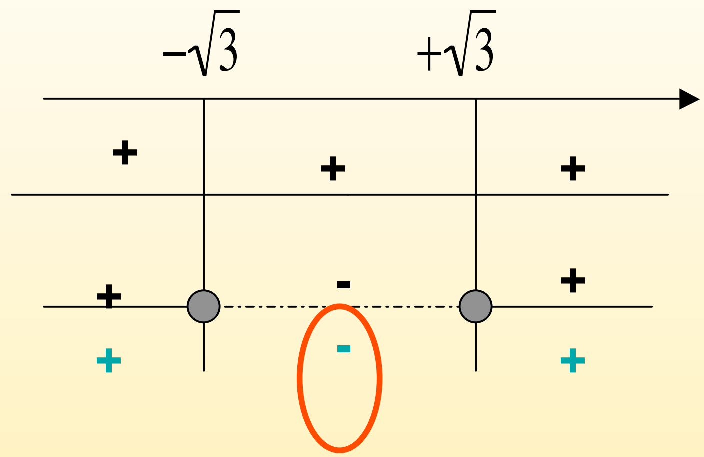
$$(x^2+4)\cdot(x^2-3) \leq 0$$

N_1 N_2

Pongo i fattori sempre ≥0

N1≥0 $x^2+4 \geq 0 \quad x = \pm\sqrt{-4} \rightarrow \Delta < 0 \quad \forall x \in R$

N2≥0 $x^2-3 \geq 0 \quad x = \pm\sqrt{3} \rightarrow x \leq -\sqrt{3} \vee x \geq +\sqrt{3}$



Costruisco il " grafo dei segni"

Guardo il verso (≤) e scelgo gli intervalli con il "meno"

$$\boxed{-\sqrt{3} \leq x \leq +\sqrt{3}}$$