

# Sistemi di DISEQUAZIONI

Un sistema di disequazioni è formato da due o più disequazioni raggruppate con parentesi graffa

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

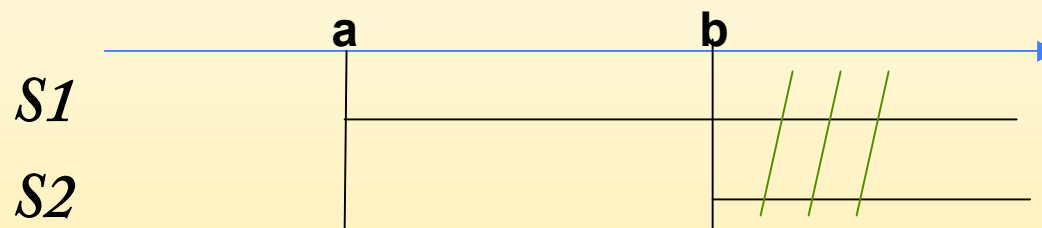
**Risolvere il sistema significa trovare la soluzione COMUNE ,  
cioè un intervallo in cui  
tutte le disequazioni siano soddisfatte**

# RISOLUZIONE sistema di DISEQUAZIONI

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} S1 = \text{soluzione 1 diseq} \\ S2 = \text{soluzione 2 diseq} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} x > a \\ x > b \end{matrix} \right.$$

Risolvero separatamente le disequazioni e trascrivo a fianco i risultati  $S1$  e  $S2$

Rappresento le soluzioni  $S1$  e  $S2$  nel grafico di un sistema:



Ora guardo se esiste un intervallo comune nel quale TUTTE le disequazioni sono soddisfatte :

in questo caso la soluzione è:  $x > b$

# SISTEMI DI DISEQUAZIONI - Esempio 1

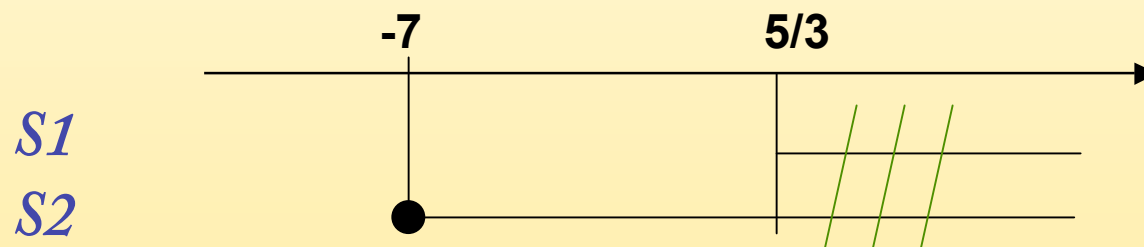
$$\begin{cases} 3x - 5 > 0 \\ x + 7 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} S1 \\ S2 \end{matrix} \quad \begin{cases} x > 5/3 \\ x \geq -7 \end{cases}$$

Per trovare  $S1$  e  $S2$  svolgo i calcoli da una parte:

**Risolvo 1)**  $3x > 5 \quad x > 5/3$

**Risolvo 2)**  $x > -7$

Grafico del sistema con gli intervalli  $S1$  e  $S2$



**Parte comune = Soluzione:  $x > 5/3$**

## Esempio 2

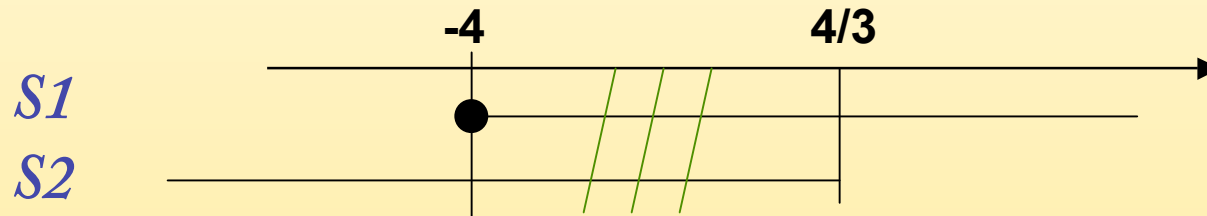
$$\begin{cases} 6x + 24 \geq 0 & \text{Soluzione della prima} = S1 \\ -6x + 8 > 0 & \text{Soluzione della seconda} = S2 \end{cases} \begin{cases} x \geq -4 \\ x < \frac{4}{3} \end{cases}$$

Per trovare  $S1$  e  $S2$  svolgo i calcoli da una parte:

**Risolvo 1)**  $6x \geq -24 \quad x \geq -24/6 \quad x \geq -4$

**Risolvo 2)**  $6x - 8 < 0 \quad 6x < 8 \quad x < 8/6 \quad x < 4/3$

Grafico del sistema con gli intervalli  $S1$  e  $S2$



**Parte comune Soluzione =  $\{-4 \leq x < 4/3\}$**

### Esempio 3

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ -7x - 14 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S1 & \begin{cases} x < 1 \vee x > 3 \end{cases} \\ S2 & \begin{cases} x \leq -2 \end{cases} \end{cases}$$

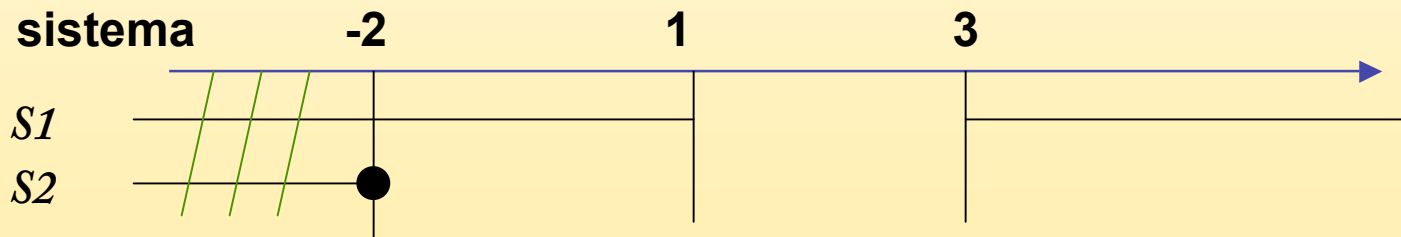
Risolvi separatamente le disequazioni ( però tu fai tutti i passaggi ! ) :

Attenzione la prima è di secondo grado, la risolvo con la regola del DELTA

**Risolvo 1)**  $x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \rightarrow x_1 = 1; x_2 = 3 \rightarrow \Delta > 0, \text{concordanza : } x < 1 \vee x > 3$

**Risolvo 2)** *cambio\_segna*:  $7x + 14 \leq 0 \rightarrow 7x \leq -14 \rightarrow x \leq \frac{-14}{7}; x \leq -2$

**Grafico del sistema**



**Parte comune  $S = \{x \leq -2\}$**

## Esempio 4

$$\begin{cases} 6x^2 - 7x + 1 \geq 0 \\ -x^2 + 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S1 & \begin{cases} x \leq \frac{1}{6} \vee x \geq 1 \end{cases} \\ S2 & \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq +2 \end{cases} \end{cases}$$

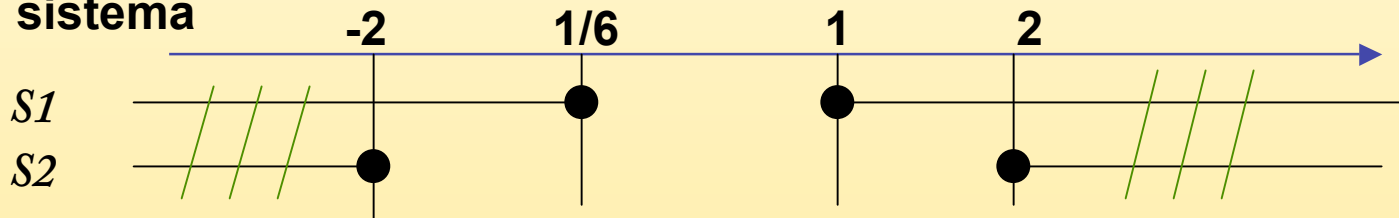
Risolvi separatamente le disequazioni (fai tutti i passaggi!)

**Risolvo 1)**  $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{12} = \frac{7 \pm 5}{12} \rightarrow x_1 = \frac{1}{6}; x_2 = 1 \rightarrow \Delta > 0, conc : x \leq \frac{1}{6} \vee x \geq 1$

**Risolvo 2)** *cambio\_segna*  $\rightarrow x^2 - 4 \geq 0;$

*pura*;  $x^2 = 4; x = \pm 2 \rightarrow \Delta > 0, conc : x \leq -2 \vee x \geq +2$

**Grafico del sistema**



$$\text{Parte comune } S = \{ x \leq -2 \vee x \geq 2 \}$$

## Esempio 5

$$\begin{cases} x^2 - 12x - 45 < 0 \\ -2x^2 + 30x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S1 & \begin{cases} -\frac{9}{2} < x < \frac{25}{2} \end{cases} \\ S2 & \begin{cases} 0 \leq x \leq 15 \end{cases} \end{aligned}$$

Risolvi separatamente le disequazioni (fai sempre tutti i passaggi!)

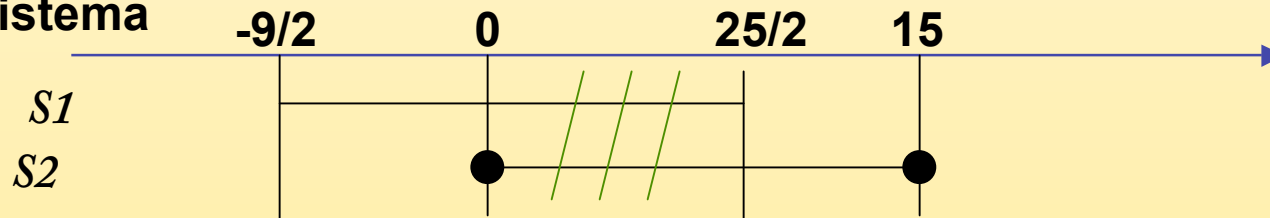
**Risolvo 1)**  $x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 180}}{2} = \frac{7 \pm 18}{2} \rightarrow x_1 = -\frac{9}{2}; x_2 = \frac{25}{2}$

$\Delta > 0$ , discordanza  $\rightarrow -9/2 < x < 25/2$

**Risolvo 2)**  $2x^2 - 30x \leq 0$ ; spuria  $\rightarrow 2x(x - 15) = 0; x_1 = 0, x_2 = 15$

$\Delta > 0$ , discordanza :  $0 \leq x \leq 15$

**Grafico del sistema**



**Parte comune  $S = \{ 0 \leq x < 25/2 \}$**

## Esempio 6

$$\begin{cases} x^2 + 9x + 8 \leq 0 \\ -5x^2 + 15x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} S1 \\ S2 \end{array} \begin{cases} -8 \leq x \leq -1 \\ x < 0 \vee x > 3 \end{cases}$$

Risolvi separatamente le disequazioni di secondo grado (fai sempre tutti i passaggi!)

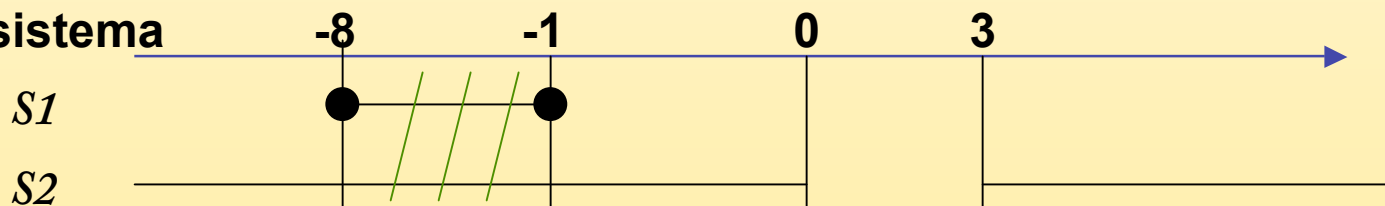
**Risolvo 1)**  $x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} = \frac{-9 \pm 7}{2} \rightarrow x_1 = -8; x_2 = -1$

$\rightarrow \Delta > 0$ , *discordanza* :  $-8 \leq x \leq -1$

**Risolvo 2)**  $5x^2 - 15x > 0$ ; *spuria*  $\rightarrow 5x(x - 3) = 0; x_1 = 0, x_2 = 3$

$\rightarrow \Delta > 0$ , *concordanza* :  $x < 0 \vee x > 3$

**Grafico del sistema**



**Parte comune  $S = \{ -8 \leq x \leq -1 \}$**



## Esempio 7 ( con tre disequazioni)

$$\begin{cases} 4x^2 + 4x + 1 > 0 \\ -x^2 + x \leq 0 \\ -7 - x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S1 & \left\{ \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ -1/2 \right\} \right. \\ S2 & \left\{ x \leq 0 \vee x \geq 1 \right. \\ S3 & \left\{ x > 7 \right. \end{cases}$$

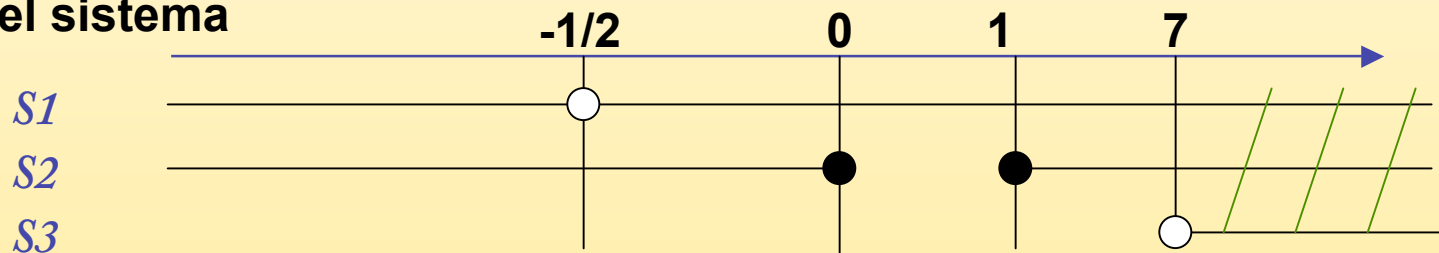
Risolvi separatamente le disequazioni facendo sempre tutti i passaggi!

**Trovo S1:**  $x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = -\frac{1}{2} \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow \text{concordanza}; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ -1/2 \right\}$

**Trovo S2:**  $x^2 - x \geq 0; \text{spuria} \rightarrow x(x-1) = 0; x_1 = 0, x_2 = 1 \rightarrow x \leq 0 \vee x \geq 1$

**Trovo S3:**  $-x + 7 > 0; \text{cambio\_segni} : x - 7 < 0 \rightarrow x < 7$

**Grafico del sistema**



**soluzione comune a tutte:  $S = \{x > 7\}$**

## Esempio 8 ( le disequazioni non sono in forma normale )

$$\begin{cases} 4x^2 - 9x \geq 8x^2 + 7x & S1 \\ x(x + 5) \leq (x + 5)^2 & S2 \end{cases} \begin{cases} -4 \leq x \leq 0 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

Devo svolgere calcoli, ordinare le disequazioni e poi risolverle

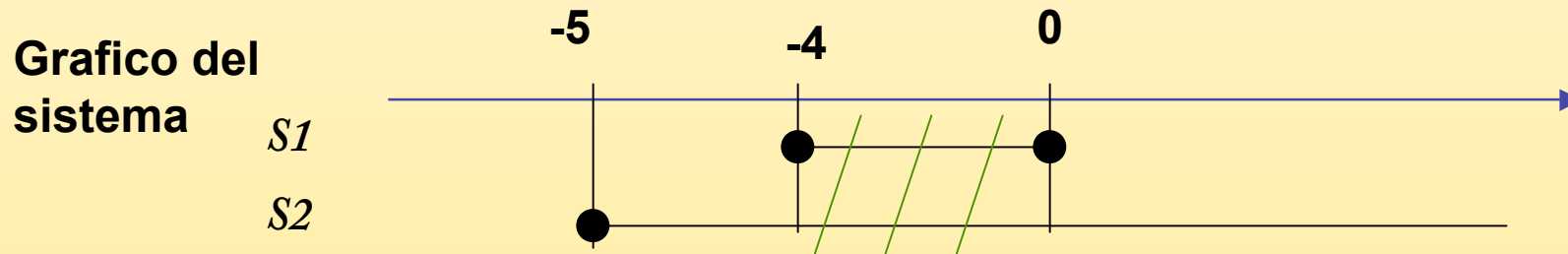
Ecco i passaggi essenziali

**Trovo S1:**  $-4x^2 - 16x \geq 0 \rightarrow 4x^2 + 16x \leq 0 \rightarrow$  spuria

$$4x(x + 4) = 0; \rightarrow x_1 = -4, x_2 = 0 \rightarrow \Delta > 0, \text{discordanza: } -4 \leq x \leq 0$$

**Trovo S2:**  $x^2 + 5x \leq x^2 + 10x + 25 \rightarrow -5x - 25 \leq 0; \text{cambio\_segni}$

$$\rightarrow 5x + 25 \geq 0 \rightarrow 5x \geq -25 \rightarrow x \geq -5$$



$$\text{Parte comune } S = \{ -4 \leq x \leq 0 \}$$

## Esempio 9

$$\begin{cases} x^2 + 10x > -9 \\ x(-2x + 13) < 13x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S1 & \begin{cases} x < -9 \vee x > -1 \end{cases} \\ S2 & \left\{ \forall x \in R - \{0\} \right\} \end{aligned}$$

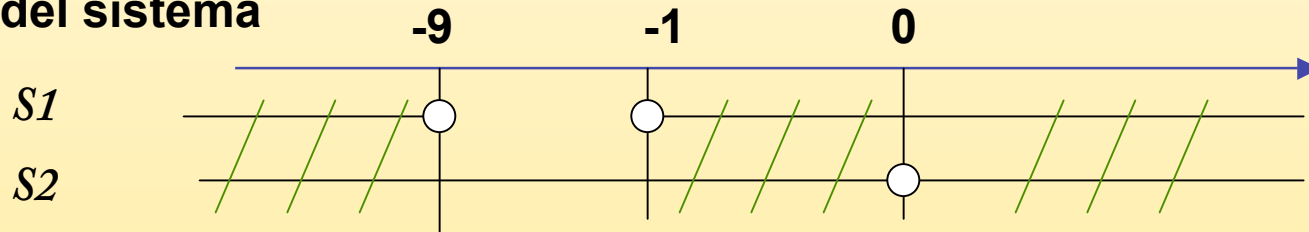
**Trovo S1:**  $x^2 + 10x + 9 > 0; \rightarrow x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{-10 \pm 8}{2} \rightarrow$

$x_1 = -9; x_2 = -1 \rightarrow \Delta > 0, \text{concordanza} : x < -9 \vee x > -1$

**Trovo S2:**  $-2x^2 + 13x - 13x < 0; \rightarrow -2x^2 < 0; \text{monomia} \rightarrow 2x^2 > 0;$

$x_{1,2} = 0 \rightarrow \Delta = 0, \text{concordanza} \rightarrow \forall x \in R - \{0\}$

**Grafico del sistema**



$$S = \{ x < -9 \vee -1 \leq x < 0 \vee x > 0 \}$$

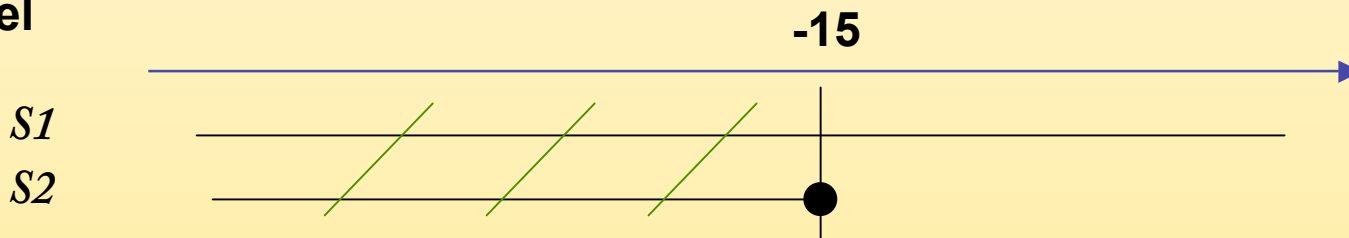
## Esempio 10

$$\begin{cases} 2x^2 + 9 \geq (x + 4)(x - 4) \\ \frac{x - 3}{2} \leq \frac{1}{3}x - 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} S1 \\ S2 \end{matrix} \begin{cases} \forall x \in R \\ x \leq -15 \end{cases}$$

**Trovo S1:**  $2x^2 + 9 > x^2 - 16 \rightarrow x^2 + 25 > 0$ ; *pura ++*  
 $\rightarrow \Delta < 0$ , *concordanza* :  $\forall x \in R$

**Trovo S2:**  $\frac{3x - 9}{6} \leq \frac{2x - 24}{6} \rightarrow x + 15 \leq 0 \rightarrow x \leq -15$

**Grafico del sistema**



**Parte comune  $S = \{x \leq -15\}$**

## Esempio 11

$$\begin{cases} 2x^2 - 8x \leq 2x \cdot (4 - x) & S1 \\ x(9x + 50) \leq 10x \cdot (x + 5) - 9 & S2 \end{cases} \begin{cases} -4 \leq x \leq 0 \\ x \leq -3 \vee x \geq 3 \end{cases}$$

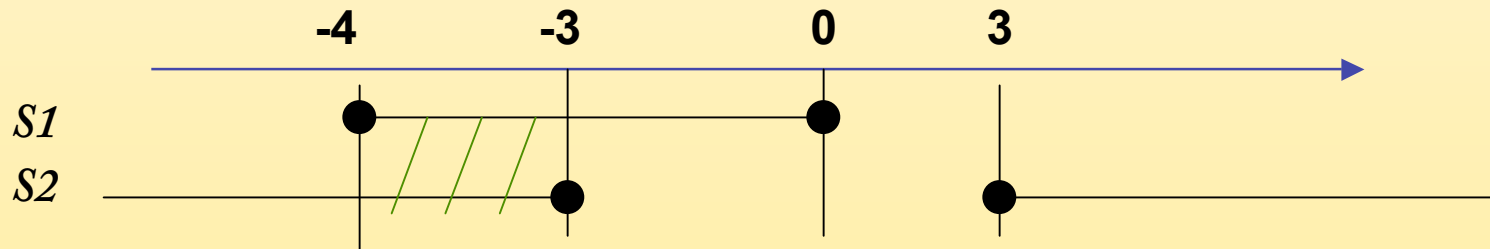
**Trovo S1:**  $2x^2 - 8x \leq 8x - 2x^2 \rightarrow 4x^2 - 16x \leq 0 \rightarrow$  *spuria*

$4x(x + 4) = 0; x = -4, x = 0 \rightarrow \Delta > 0, \text{discordanza} : -4 \leq x \leq 0$

**Trovo S2:**  $9x^2 + 50x \leq 10x^2 + 50x - 9 \rightarrow -x^2 + 9 \leq 0; \rightarrow x^2 - 9 \geq 0, \text{pura}$

$x_1 = -3; x_2 = 3 \rightarrow \Delta > 0, \text{concordanza} : x \leq -3 \vee x \geq 3$

**Grafico del sistema**



**Parte comune  $S = \{ -4 \leq x \leq -3 \}$**

## Esempio 12

$$\begin{cases} 3x(x-1) - 8 \geq (x-3)(x+3) \\ (x-2)^2 - 7 \leq x \cdot (4-x) \end{cases} \quad \begin{array}{l} S1 \\ S2 \end{array} \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ \forall x \in R \end{cases}$$

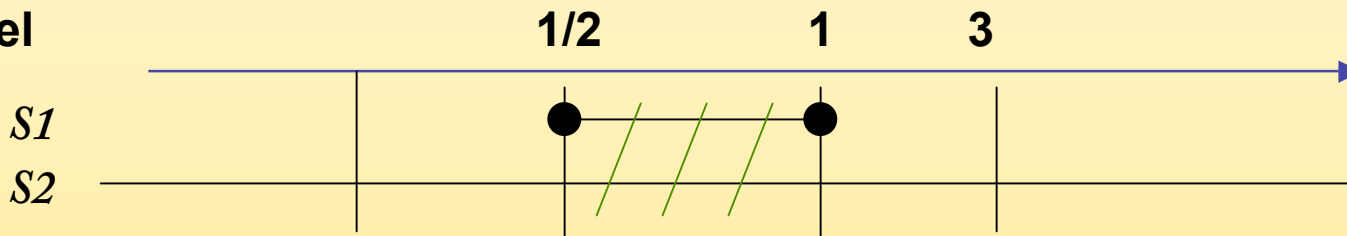
**Trovo S1:**  $3x^2 - 3x - 8 \geq x^2 - 9 \rightarrow 2x^2 - 3x + 1 \leq 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$

$\rightarrow x_1 = 1/2, x_2 = 1 \rightarrow \Delta > 0, \text{discordanza} : 1/2 \leq x \leq 1$

**Trovo S2:**  $x^2 - 4x + 4 - 7 \leq 4x^2 - 4x \rightarrow -3x^2 - 3 \leq 0; \rightarrow 3x^2 + 3 \geq 0,$

$x^2 + 1 \geq 0, \text{pura } ++ \rightarrow \Delta < 0; \text{concordanza} : \forall x \in R$

Grafico del sistema



**Parte comune S = {  $1/2 \leq x \leq 1$  }**